

Bölüm 1

MANTIK ve MATEMATİK

Okuma Parçası

1.1 ÇAĞLARI AŞAN MATEMATİK

1.1.1 Mantık tarihine kısa bir bakış

Tümel bir önermeden tikel önerme çıkarılışını sağlayan yordama usavurma diyoruz. Mantık (usbilim-lojik) usavurma kurallarını konu edinir. Başka bir deyişle, mantık tümdengelim yöntemlerini inceler. Değişik kaynaklarda bazı nüans farklılıklarıyla, usavurmaya akıl yürütme, tasım (kıyas), dedüksiyon, çıkarım, vb adlar verilir. [27], [28], [30]

Antikçağ

MÖ 8.yy dan başlayıp MS 5.yy da sona eren zaman dilimi içinde eski Yunan ve Roma kültürlerini içine alan felsefeye *antikçağ felsefesi* denilir. Buna eski *Yunan felsefesi* de denmektedir. Bu dönemde uzakdoğu, Hint, Mısır, Sümer, Akad, Babil, Asur, Hitit, Fenike, İsrail, Pers, Kartaca vb birçok kültürler daha vardır. Bunları da içine alan felsefeye *ilkçağ felsefesi* denilir.

Hemen her olguda olduğu gibi, doğru düşünme kurallarının ortaya çıkması da tarih içinde bir gelişim, bir evrim geçirmiştir. Buna bir başlangıç noktası seçilemez. Üstelik felsefe ile mantığın ayrıldığı tarih çizgisi belirlenemez. Eski Yunan felsefesinin önemli adları arasında Parmenides (M.Ö.500), Zeno (M.Ö.490-430), Socrates (M.Ö.470-399), Platon (M.Ö.428-348) ve Aristotles(M.Ö.384-322) anılmalıdır. Aristotles, mantık biliminin doğması ve gelişmesinde en etkili olan ad-dır. Kendi zamanına kadar ortaya çıkan usavurma kurallarını Aristotles sistemleştirdi. *Organon (alet)* adlı yapıtında *14 syllogism (usavurma kuralı)* ortaya koydu. Bu kurallar bu günkü iki-değerli mantığın temelidir. Bu kurallar, 2000

yılı aşkın bir zaman dilimi içinde insanoğlunun düşünme ve doğruyu bulma eylemini etkisi altında tuttuğu gibi, çağımızın bilim ve teknolojisinin dayandığı iki-değerli matematiksel mantığın da öncüsü olmuştur.

Ortaçağ

Hristiyanlık en başından antik çağ felsefesine karşı oldu, onu düşman saydı. Zaten başka türlü de olamazdı. Antik çağ felsefesinin yarattığı tanrılar veya tek ve mutlak tanrı varlıktan ayrı değildi, varlığın kendisiydi. Başka bir deyişle, antik çağ felsefesinde doğa-tanrı vardır. Bireysel varlıklar mekanda onun parçaları, zamanda anlarıdır. "Yoktan hiç bir şey varolmaz" kuralı antik çağ felsefenin temelidir. Hristiyanlık ise "evreni yoktan yaratan" tanrı kavramını getiriyordu. Yalnız oğul (İsa) ve kutsal ruh tanrıdan çıkmıştır. Öyleyse, onlar da gerçek tanrıdır. Yoktan yaratılanlar ile yaratan arasında mutlak ayrılık vardır. Tanrı gerçek ve hayat olan oğulda kendisini göstermiştir. Mutlak gerçeğe sahip olduğuna göre, Hristiyan'ın gerçeği aramasına gerek yoktur. Eğer gerçeği arıyorsa, sahip olduğu gerçekten (oğul) şüphe ediyor demektir. Bu da İsa'yı inkar etmesi anlamına gelir.

Ne var ki, çöken hellenizmin bıraktığı miras felsefede izini belli ediyordu. Kilise, red ettiği antik çağ felsefesinin karşısına bir felsefe koymak zorundaydı. Bu durum hristiyanlık üzerinde verimli bir baskı yarattı. Platon, Aristotles ve stoacıların doktrinleri hristiyan öğretisine uyarlandı. Hristiyanlık inancı (imani) bir doktrin (dogma) halinde kuruldu, sistemleşti. Hristiyan dogmatığının kurucusu İskenderiye hristiyan okulunun kurucusu Origenes (MS 220) dir.

İskenderiyeli Saccas (MS 300) Aristotles'in eserlerini yorumlayarak ortaçağa taşıdı. Din devletini kurmak isteyen Hristiyan Kilisesi Aristotles Mantığını iyice benimsedi. Ortaçağda, Hristiyan din adamları, Aristotles'in 14 syllogism'ine 5 tane daha eklediler. Ortaya çıkan 19 kural, *Hristiyan Kilisesi öğretisinin (skolastik öğretisi)* temeli oldu. Bu öğretilerde, evrime (değişim - zaman) yer yoktur; gerekse de yoktur. *Aristotles'in* tümelden tikele giden usavurma kuralları, Hristiyan din devletinin yapısına kolayca uyarlandı. Din devletinin yetkileri Tanrı'nın yetkileri sayıldı. Bu tümel bir gerçek (mutlak gerçek) olarak kabul edildi. Bu gerçek asla sorgulanamazdı.

Ortaçağda yeryüzünde biricik olan islam hoşgörüsü, müslüman olan ya da olmayan birçok bilginin islam şemsiyesi altında toplanmasına neden oldu. Ortaçağların sonlarına doğru *Organon* Arapça'ya çevrildi. *El Kindi(805-873)*, *El-Farabi(873-950)*, *İbni Sina(980-1037)*, *İbni Rüşd(1126-1198)* islam uygarlığının mantıkla da uğraşan düşünürleridir. Matematik, astronomi, tıp ve felsefede ileri adımlar atıldı. *Bağdat, Mısır, Buhara, Kufe, Kurtuba, Gırnata, Toledo, Sevilla, Valencia vb* yerlerde bilime kaynak olacak okullar açıldı. Bu okullar batının felsefi uyanışına çok yardım etmiştir. Hristiyan dünyasında düşünce üretimi durmuşken, islam dünyasındaki bu gelişme sürdürülebilseydi, belki tarihin akışı değişecekti. Ne var ki, akıl ve mantığın imana ters düşmeyeceğini savunan *İmam Gazali*, bir bakıma hristiyan din devleti öğretisine benzer düşüncüyü savunarak, diğer islam bilginlerine karşı çıktı. Ne yazık ki, Osmanlı'da ve islam dünyasında İmam Gazali'nin düşünceleri zamanla egemen oldu ve islam dünyasında düşünce üretimi sınırlandı [25].

Yeniçağ

İnsanın, düşüncenin sınırlanmasına başkaldırısı aniden olmadı. Buna bir başlangıç bile konulamaz. Hristiyan dogmasına karşıt tohumlar, kilisenin en güçlü olduğu dönemlerde, hatta hristiyanlığın gelişme döneminde atılmıştır. Zamanla yeşeren bu tohumlar yenedendoğuşu (rönesas) yarattı. Bir çok bilginin, kaşifin, düşünürün bitmez çabalarıyla yeni fikirler oluştu. 1547 yılında Alman Papaz *Martin Luther (1483-1576)* Wüttemberg kilisesinin kapısına astığı ünlü protestosu ile katolik kilisesine karşı çıktı. Bu bir başlangıç değil, sondur!.. Bu sonun gelişi engizisyon mahkemeleriyle, savaşlarla, acılarla, insana yapılan eziyetlerle epeyce uzun sürmüştür. Sonunda batı avrupada ortaçağ karanlığı yırtılmıştır. Yenedendoğuş (rönesas), her alanda olduğu gibi felsefe ve mantıkta da yeni gelişmelere neden oldu. Akıl dinden ayrıldı, özgürce düşünmeye başladı. Bilgilerini yenileyen insan, bütün dogmalardan kuşkulandı. Yenedendoğuş felsefesi bir dinsel akım gibi görünse de, onun temel niteliği insanı (hümanist) olmaktır. *Jordano Bruno (1548-1600)*, *Francis Bacon (1561-1626)*, *Réne Descartes (1596-1650)* cesaretle bilimde yenilik gösteren sistemleri koydular.

Bruno bilimin yenileşmesinde başı çekti. Kilise dogmasına karşı görüşlerinden dolayı Roma'da yakılarak öldürüldü. Yakılacağı sırada, kendisine ölüm kararını bildiren engizisyon yargıcına söylediği şu söz insan aklının zulme meydan okuyuşudur:

"Ölüm hükmümü bana bildirirken, sen benden daha çok korkuyorsun!.."

Bacon, tümdengelimine karşı çıktı. Bilimsel bilginin ancak tümevarımla üretilebileceğini savundu. Her şeyin tam bir listesini çıkarıp aralarında karşılaştırma yapmayı önerdi. Ama böyle bir listeyi çıkarmak mümkün değildi.

Bilimsel bilgi üretiminde, en önemli yöntemi *Descartes* önerdi: *"Herşeyden şüphelen, çözümüle, birleştir, say, ölç, bütün-parça ilişkisini kur"* diye özetlenebilecek bu yöntemin bilimsel yöntemlere büyük etkisi oldu. Ancak, bunların biçimsel mantığa bir etkisi yoktu. Hatta, biçimsel mantık yenedendoğuşun başlarında bir bilgi üretme yöntemi olarak kabul görmemeye başladı. Kilisenin temel baskı aracı olduğu gerekçesiyle, *Martin Luther*, *Aristotles*'in adını bile duymak istemiyordu. Tabii, zamanla *Aristotles*'in usavurma yöntemlerinin, yabana atılmayacağı ve kilisenin onu kullanmış olmasında biçimsel mantığın bir günahının olmadığı anlaşılmıştır. Bundan sonraki dönemlerde, biçimsel mantıkta matematiksel yöntemler ağır basmaya başlayacaktır.

1.1.2 Matematiksel Mantık

Blaise Pascal(1623-1662): Bir para atıldığında, ya yazı ya tura gelir. Herkesin gördüğü, bildiği bu apaçık gerçeği, *Pascal*, matematik diliyle ifade etti: *"Yazı gelme olasılığı 1/2, tura gelme olasılığı da 1/2 dir. Bu iki olasılığın toplamı 1/2 + 1/2 = 1 eder."* Matematik diliyle söylenen bu apaçık gerçek, *olasılık kuramı (probability theory)* adlı bilim dalının doğmasını sağladı. Bu bilim dalının,

biçimsel mantıkla halâ süren yakın ilişkisi o günlerde hiç sezilmiyordu; çünkü biçimsel mantığa matematiksel yöntemler henüz karışmamıştı.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716): Usavurma sürecini konuşulan dilden bağımsız kılarak ona matematiksel bir yapı kazandırmaya çalışan ilk kişi Alman matematikçisi Leibniz'dir. Yazık ki Leibniz'in yaptığı işin önemi ölümünden iki yüzyıl sonra anlaşılabilmiştir. *Dissertatio de Arte Combinatoria (1666)*, adlı eserinde sembolik bir dil yaratmayı düşündü. *Evensel tam notasyon sistemi* diyebileceğimiz bu dilde, her kavram en küçük bileşenlerine kadar ayrıştırılabilecektir. Ayrışan bu bileşenler her kavrama temel olacak bilgilerdir. *Lingua characteristica universalis, Calculus ratiocinator (Akıl yürütmenin hesabı)* adlı projeleri teorik düzeyde bile gerçekleştiremedi. *Logic* konulu olan ve yaşarken yayınlanmamış makalelerinin önemi, daha sonraki dönemlerde anlaşılacaktır.

Immanuel Kant (1724-1804): Mantığın tamamen işlenmiş, bitirilmiş, sona erdirilmiş bir doktrin olduğunu 1794 yılında ifade etmiştir. Ama Kant yanlıydı. Mantığın görkemli dönüşü henüz başlayacaktı.

George Boole (1815-1864): İngiliz matematikçisi Boole, Leibniz'in başladığı işin önemini kavrayan ilk kişi sayılır. Konuyu yeniden ele alarak bugünkü *iki-değerli mantığın* yapısını tamamen matematiksel temellere oturtmuş ve klasik mantığın dile bağımlı zayıf yanını yokeden simgesel mantığı yaratmıştır. Buna *Boole mantığı, Boole cebiri, matematiksel mantık, simgesel mantık, vb* adlar verilmektedir. Boole mantığında bu gün kullandığımız simgeleri yaratan kişi *Ernst Schröder (1841-1902)*'dir. Simgesel mantığın üstünlüğü şudur: Akıl yürütmede kullanılan kavramları sözcüklerden, nesnelere, duyulardan arındırmakta, onları soyut simgelerle temsil etmekte ve o simgeler arasında matematiksel işlemler kullanarak akıl yürütme sürecini kesin sonuca ulaştırmaktadır. Kullandığı cebirsel yapı, mantığın istediği sağlamlığı sağlamaktadır.

Predicate calculus

Simgesel mantığın birisi ötekine kenetlenmiş iki ayrı dalı vardır: *Önermeler mantığı ve predicate calculus*. Birincisi, önermeleri tek tek ele alır ve onların doğru ya da yanlış olduklarını belirler. İkincisi ise, bir küme üzerinde tanımlı önerme fonksiyonlarını ele alır. Predicate terimi, matematik dilindeki fonksiyon'dan başka bir şey değildir.

Belirsizlik (uncertainty)

Matematiksel (simgesel) mantığın sağlam ve soyut cebirsel bir yapı olarak ortaya konması, klâsik (sözel) mantıkta ancak 2000 yıl sonra yapılabilen çok büyük bir aşamadır. Ama, *Boole mantığı* da klâsik mantığın ortaya koyduğu iki-değerliliği korumaktadır. İki-değerli mantıkta belirsizlik olamaz. Orada bir önerme *ya doğru ya da yanlış*'tir. Oysa, gerçek yaşamda önermeler biraz doğru, biraz yanlış olabilir. Daha ötesi, gözlemlere dayalı önermeler belli bir olasılık katsayısına bağlıdır ([2],[4],[6],[8]).

İki-değerli mantıktan çok-değerli mantığa geçiş İki-değerli matematiksel mantık, 20.yy biliminin ve teknolojisinin temelidir. Hiç bir matematikçi, onun sağlamlığından, öneminden, heybetinden kuşkulanamaz. Ama doğa olaylarıyla ilgilenen bilim adamları, bazı doğa olaylarını açıklamak için iki-değerli mantığın yetmediğini çaresizlik içinde görüyorlardı. İki-değerli mantığın istediği kesinliğin elde edilemediği yerlerde, doğa bilimciler olasılık kuramına başvurmaya başladılar. Bu arada, bazı mantıkçılar üç-değerli mantık(lar) kurmaya çalıştılar. İki-değerli mantığın aldığı *doğru* ve *yanlış* değerler yanına *belirsiz* ya da *nötr* adını verdikleri üçüncü bir değer kattılar. *Lukasiewicz, Bochvar, Kleene, Heyting, Reichenbach* gibi mantıkçılar birbirlerinden farklı *üç-değerli mantık sistemleri* oluşturdular. Bunların her biri kendi içinde tutarlı olmakla birlikte, simgesel mantığın kullandığı (\neg , \vee , \wedge , \Rightarrow , \Leftrightarrow) işlemleri arasında tanım farklılıkları yarattılar. Dolayısıyla, hiç biri mantığın evrensel kuralları olarak düşünülemez.

Bu arada, *Jan Lukasiewicz (1878-1956)* üç-değerli mantığın da yetmediğini gördü ve 1930 lu yıllarda ($L_2, L_3, \dots, L_\infty$) mantık dizisini kurdu. Bunlardan ilki olan L_2 iki-değerli mantıktır. Diğerleri artarak sonsuz-değerli L_∞ mantığına kadar uzanır.

L_∞ mantığının değerleri $[0, 1]$ aralığındaki rasyonel sayıdır. Bu düşünce, elbette çok önemlidir ve *sonsuz değerli mantığa* yürüyüşün kaçınılmazlığını ortaya koymaktadır.

Heisenberg Belirsizlik İlkesi

Werner Karl Heisenberg (1901-1976), yirmimci yüzyıl fiziğinin büyük adlarından birisidir. Bu yüzyılın en önemli buluşlarından birisi olan *kuantum mekaniğinde*, atom çekirdeğinin yapısını belirlemek için, içindeki küçük parçacıkların hareketlerinin belirlenmesi gerekiyordu. Ancak, kesin ölçümler yapılamadığı için, hareketli parçacıkların yörüngeleri ancak olasılık hesabıyla verilebildi. *Heisenberg Belirsizlik İlkesi* diye adlandırılan bu yöntem, atom çekirdeğinin yapısı hakkında çok şey söylemektedir. Ama, *Albert Einstein (1879-1951)* "Tanrının zar attığına inanmam!" diyerek doğa olaylarının olasılık yöntemleriyle açıklanmasına karşı çıkmıştır. Elbette, matematikçiler ve fizikçiler, belirsizlikten sakınmak isterler ve daima kesinliğin peşinde koşarlar ([3],[6],[8],[11],[15],[20]).

1.1.3 20.Yüzyılda Matematiği Sarsan Düşünceler

Altı bin yılda insanoğlunun yarattığı en büyük düşünce yapıtı olan matematiğin temellerinin ne olduğu konusu, özellikle, 20-inci yüzyılın ilk yarısında büyük tartışmalara neden olmuştur. Bu tartışmalarda, hiç biri ötekine üstün sayılmayacak üç okul ortaya çıktı. Bu okullar ve savları kısaca şöyledir:

Sezgisellik: Matematik insan aklının eseridir. Sayılar, peri masallarındaki kahramanlar gibi yalnızca aklın yaratısındır. Eğer insan aklı olmasaydı, onlar asla var olmayacaklardı. Bu görüşün en büyük temsilcisi L. E. J. Brouwer (1882-1966) dir.

Formalizm: Matematik bir dildir, onun bir dilden ne fazlası ne de eksigi vardır. Bu görüşün temsilcisi sayılan David Hilbert (1862-1943) e göre, matematik, basitçe, simgelerle oynanan bir oyundur. Matematikğin bütün teoremleri, Formal Lojik kullanılarak Aksiyomatik Kümeler Kuramından elde edilebilir.

Platonizm: Sayılar, insan aklından bağımsız olarak var olmak zorunda olan soyut varlıklardır. Matematiksel varlıklar hakkındaki doğruları insan aklı keşfeder. Matematikğin temelleri aksiyomlar değil, matematiksel nesnelerin gerçek dünyasıdır. O nedenle tabiatın kanunları ile matematikğin kanunları aynı statüdedir. Bu düşünencenin en önemli temsilcisi Kurt Gödel (1906-1978) dir. [31]

Düşünen Makina:

1970 yılında *Alan Colmerauer* PROLOG (PROgramming LOGic) adını verdiği bir bilgisayar dili yarattı. Bu dil, daha önceki bilgisayar dillerinden tamamiyle farklı idi. PROLOG mantık kurallarını kullanarak (çözülebilir) problemleri usavurma yöntemiyle çözecekti. Bu dilin önemi başlangıçta anlaşılamadı. Belki de, kapsamlı problemlerin çözümünde PROLOG'un gerekseme duyduğu büyük ana bellek yokluğu (RAM), onun pratiğe geçişini geciktirdi.

Mantıksal programlama kavramı 1974 yılında *Kowalski* tarafından önerilmiştir. Uzun zaman hiç bir ses getirmeyen bu öneriden 20 yıl sonra binlerce makale yayımlanmıştır. O alana özgü bilimsel dergiler çıkmaya başlamıştır. Üniversiteler ve hatta devletler araştırma projeleri başlatmışlardır. Bu gelişmeyi PROLOG dili başlatmıştır. Bu gün mantıksal programlama diye bilinen bilgisayar dil(ler)inin ortaya çıkmasında *Colmerauer, Warren ve Kowalski*'nin çalışmaları önemli rol oynamıştır.

Fuzzy Mantığı:

Doğa olaylarını açıklamak için kullandığımız matematiksel yöntemlerin ve modellerin yararı, gücü ve heybeti tartışılmaz. Ancak, matematikğin kesin deterministik niteliğinin uygulamada gerçeğe çoğunlukla uymaması, yüzyıllar boyunca bilim adamlarını ve düşünürleri uğraştırmıştır. Matematiksel temsiller, evrenin karmaşıklığı ve sınırsızlığı karşısında daima yetersiz ve çok yapay kalmaktadır. Bu nedenle, doğa olaylarını açıklarken, çoğunlukla, *kesinliği (exactness - certainty)* değil, *belirsizliği (vagueness - uncertainty)* kullanırız. [17]

Doğal diller, doğa olaylarını açıklamakta çoğunlukla iki-değerli mantığa dayalı matematiksel modellerden daha etkilidir. Örneğin, *'bu gün hava güzeldir - değildir'* ikilemi, hemen her konuşma dilinde kavurucu çöl sıcağından başlayıp, dondurucu kutup soğuşuna kadar varan derecelendirmeyi anlatabilir. *"Bu gün hava güzeldir"* deyimi tatilini bir yaz günü plajda geçiren kişi için başka, bir kış günü kayak merkezinde geçiren kişi için başkadır. Yer ve zamana bağlı olarak farklı anlamlara sahip olan bu deyim, hemen hemen her söylenişinde istenen anlamı verir; yani muhataba istenen mesajı iletir. İki-değerli mantığın kesinliğine sahip olmayan doğal dil, bir doğa olayını ondan daha iyi anlatabilmektedir.

Bu olgu, mantığı ve matematiği yeni arayışlara itmektedir. *Fuzzy Kümeleri* ve onun doğal yoldaşı olan *Fuzzy Mantığı* bu arayışlardan birisidir.

Geleneksel matematikteki kesinlik (certainty) deyimi yerine, Fuzzy mantığında belirsizlik (vagueness-uncertainty-imprecision) deyiminin konulması, belki doğal bir talihsizliktir. Gerçekte Fuzzy Kümelerinde belirsiz (fuzzy-bulanık) olan hiç bir şey yoktur. O, belirsizliği, bulanıklığı inceleme peşindedir. [20], [3]

Bu ders için yararlı olacak kitaplar: [4],[12], [22], [5], [26], [16], [28], [14], [13], [23], [1], [31], [30] [8], [32], [9]

1.1.4 Bilimsel Bilgi Üretimi

Bilimsel yöntemler diye adlandırılan ve doğru bilgi üretimine yarayan yöntemler yalnızca iki tanedir: tümdengelim ve tümevarım.

Tümdengelim

Tümdengelim, tümel (genel) bir önermeden tikel (özel) önerme çıkarma eylemidir. Örneğin, fizikte genel çekim yasasını biliyorsanız, uzaya fırlatacağımız bir iletişim uydusunun istenen yörüngeye oturması için, nereden, hangi hızla, hangi eğimle fırlatılması gerektiğini de hesaplayabilirsiniz. Bu örnekte söylendiği gibi, tümel bir önermeden tikel önerme çıkarılışını sağlayan yordama *usavurma* diyeceğiz. Değişik kaynaklarda, buna *tümdengelim*, *akıl yürütme*, *tasım (kıyas)*, *dedüksiyon*, *çıkarmam* adları verilir. Mantık (usbilim-lojik), usavurma kurallarını konu edinen bilim dalıdır. Başka bir deyişle, o, tümdengelim yöntemlerini inceler; önermelerin doğru ya da yanlışlığı ile ilgilenmez. Mantık, başka bilim dallarının ortaya koyduğu doğru önermelerden doğru önerme çıkarma sanatıdır. Usavurma kuralları denilen bu sanatı, ayrıntılarıyla göreceksiniz.

Tümevarım

Bazı doğa olaylarının neden ve nasıl olduklarını belirten genel kurallar, elimizde yoktur. Bu durumlarda, o doğa olayını açıklayabilmek için, tümdengelim tersi olan tümevarım yöntemi izlenir. Tümevarım, tikel (özel) önermelerden tümel (genel) önerme oluşturma yordamıdır. Tümevarım gözlem, deney, hesap vb yollarla bir doğa olayının genel yasasını kurmaya çalışır. Bazı doğa olayları insanlık tarihi boyunca gözlemlendiği ve her seferinde aynen tekrarlandığı için tartışmasız doğru bilgidir. Örneğin, ılıman kuşakta yaşayanlar, yılda dört mevsimin oluştuğunu gözlemişlerdir. Bunun nedeninin bilinmediği eski zamanlarda bile, insan bunu doğru bir bilgi olarak kabul etmiştir. Bu bilgiye gözlemle varılmıştır. (Tabii, gök cisimlerinin hareketleriyle ilgili bilgilerin ortaya konmasıyla birlikte, mevsimlerin neden ve nasıl oluştuğu, tümdengelim kullanan hesap yöntemleriyle de gösterilmiştir.) Bazı doğa olayları, ancak laboratuvar ortamında defalarca denenmiş ve varılan sonucun doğruluğu kabul edilmiştir. Örnekse, bir bitkinin tohumunu toprağa eker ve belirli koşullar altında belirli süre bekletirseniz, onun filizlendiğini görürsünüz. Bu deneyi bir çok kez tekrarlayıp, aynı sonuca ulaşırsanız, bunun genel bir yasa olduğunu söyleyebilirsiniz. Bu bilgiye deneyle varmış

olursunuz. Tümevarım ilkesi bilim ve teknikte, başka bilgi üretme aracı olmuştur ve bu işlevini sürdürmektedir.

Tabii, bir çok adımdan oluşan bir bilimsel çalışmada, hem tümdengelim, hem de tümevarım yöntemleri kullanılabilir. Ama kullanılan yöntemi, daha basite indirgenemeyen adımlarına ayırdığımızda, her adımın bu iki yöntemden birisi olduğunu görürüz.

Terim Bir bilim, sanat, meslek dalıyla ya da bir konu ile ilgili özel ve belirli bir kavramı olan sözcük. Örneğin, küp, basamak, hane, daire, pay, ... gibi sözcüklerin matematikteki anlamları, konuşma dilindeki anlamlarından farklıdır.

İşlem, çokgen, çarpma, nokta, düzlem, açı, sonsuz, ...

gibi sözcükler birer matematik terimidirler.

Tanım Bir varlığa, bir şeye özgü niteliklerin belirtilmesi, bir sözcüğü belirleyen anlam.

Tanımlı ve Tanımsız Terimler Bir terimi tanımlarken, daha önceden tanımlanmış başka terim ve kavramları kullanarak, o terimin bütün niteliklerini ve yalnızca onları ortaya koyarız. Böyle terimlere *tanımlı terimler* denilir.

Ancak, her terimi tanımlarken, kendisinden önceki terimlere başvurmayı sürdürürsek, bir başlangıç noktasına ulaşmalıyız. Başka bir deyişle, tanımları, başka kavramlara dayanmayan terimlerin olması gerekir. Bu terimlere *ilkel terimler* ya da *tanımsız terimler* denilir. Bu terimler, kendilerinden daha basit terimler ya da kavramlarla açıklanamazlar. Ama, onları, sezgilerimizle kolayca algılarız. Örneğin, *nokta, doğru, düzlem, üzerinde, düz, yüzey, eşdeğerli, ...* matematiğin **tanımsız** terimlerindedir. Öte yandan, *üçgen, işlem, rasyonel sayı, karekök, bölüm, ...* gibi terimler ise, tanımlı terimlerdir.

Teorem Kanıtlanabilen bilimsel önerme. Mantıksal usavurma ile kanıtlanan önermenin ya da özeliğin bildirimi.

Örnek: Eşaçılı bir üçgen eşkenardır.

Aksiyom (belit) İspatsız kabul edilen önerme.

Belit yerine *aksiyom* ya da *postülat* da denilir.

Örnek: İki nokta bir doğru belirler.