

## TOPOLOGY TEST 02

1.  $\mathcal{S}$  ailesi  $X$  kümesi üzerinde bir süzgeç ise, aşağıdakilerden hangisi sağlamaz?
  - (a)  $\emptyset \notin \mathcal{S}$
  - (b)  $\ast \emptyset \in \mathcal{S}$
  - (c)  $X \in \mathcal{S}$
  - (d)  $A, B \in \mathcal{S} \Rightarrow A \cap B \in \mathcal{S}$
  - (e)  $(V \in \mathcal{S}) \wedge (V \subset W) \Rightarrow W \in \mathcal{S}$
  
2. Aşağıdakilerden hangisi bir süzgeç değildir?
  - (a)  $X \neq \emptyset$  ise  $\mathcal{S} = \{X\}$
  - (b)  $\emptyset \neq A \subset X$  için  $\mathcal{S} = \{S \mid A \subset S \subset X\}$  ailesi.
  - (c)  $\mathbb{N}$  doğal sayılar kümesi içindeki bütün sonlu alt-kümelerin tümleyenlerinin oluşturduğu aile.
  - (d) Sonsuz bir  $X$  kümesi içindeki bütün sonlu alt kümelerin tümleyenlerinin oluşturduğu aile.
  - (e)  $\ast \mathcal{S}_\infty = \{(a, \infty) : a \in \mathbb{R}\}$  ailesi.
  
3. Aşağıdakilerden hangisi aşkın bir süzgeç değildir?
  - (a)  $X \neq \emptyset$  ise  $\mathcal{S} = \{X\}$
  - (b)  $\emptyset \neq A \subset X$  için  $\mathcal{S} = \{S \mid A \subset S \subset X\}$  ailesi.
  - (c)  $\ast X$  boş olmayan bir küme ve  $x \in X$  olsun.  $\mathcal{M} = \{M : x \in M, M \subset X\}$  ailesi.
  - (d)  $\mathbb{N}$  doğal sayılar kümesi içindeki bütün sonlu alt-kümelerin tümleyenlerinin oluşturduğu aile.
  - (e) Sonsuz bir  $X$  kümesi içindeki bütün sonlu alt kümelerin tümleyenlerinin oluşturduğu aile.
  
4. Aşağıdakilerden hangisi bir süzgeç değildir?
  - (a) Bir topolojik uzayda bir noktanın yerel komşuluklar ailesi.
  - (b) Bir topolojik uzayda bir noktanın yerel komşuluklar tabanı.
  - (c)  $X$  sonsuz bir küme olsun.  $X$  içinde tümleyenleri sonlu olan bütün alt kümelerin oluşturduğu aile.
  - (d) Sonsuz bir  $X$  kümesi içindeki bütün sonlu alt kümelerin tümleyenlerinin oluşturduğu aile.
  - (e)  $\ast \mathcal{S}_\infty = \{(a, \infty) : a \in \mathbb{R}\}$  ailesi.
  
5. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a)  $y \in Y$  noktası  $f : X \rightarrow (Y, \mathcal{F})$  fonksiyonunun  $X$  üzerindeki bir  $\mathcal{F}$  süzgecine göre limiti ise,  $\mathcal{F}$  süzgeci inceldikçe  $y$  noktasının limit olma niteliği bozulmaz.
- (b)  $y \in Y$  noktası  $f : X \rightarrow (Y, \mathcal{S})$  fonksiyonunun  $X$  üzerindeki bir  $\mathcal{F}$  süzgecine göre limiti ise,  $\mathcal{S}$  topolojisi kabalaştıkça  $y$  noktasının limit olma niteliği bozulmaz.
- (c)  $y \in Y$  noktası  $f : X \rightarrow (Y, \mathcal{S})$  fonksiyonunun  $X$  üzerindeki bir  $\mathcal{F}$  süzgecine göre kaplama noktası ise,  $\mathcal{F}$  süzgeci inceldikçe  $y$  noktasının limit olma niteliği bozulmaz.
- (d)  $y \in Y$  noktası  $f : X \rightarrow (Y, \mathcal{S})$  fonksiyonunun  $X$  üzerindeki bir  $\mathcal{F}$  süzgecine göre kaplama noktası ise,  $\mathcal{S}$  topolojisi kabalaştıkça  $y$  noktasının limit olma niteliği bozulmaz.
- (e) \* Hiçbiri.
6. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a)  $x : \mathbb{N} \rightarrow X; \forall n \in \mathbb{N}$  için  $x(n) = x_n$  fonksiyonunun *Fréchet Süzgecine* göre limiti,  $(x_n)$  dizisinin limitidir.
- (b) Bir fonksiyonun bir süzgece göre bütün kaplama noktalarından oluşan küme (boş olabilir) kapalıdır.
- (c)  $x \in \bar{A}$  olması için gerekli ve yeterli koşul  $A$  kümesi içinde  $x$  ögesine yakınsayan bir  $(x_\lambda)$ ,  $(\lambda \in \Lambda)$  ağıının olmasıdır.
- (d) \*  $x \in \bar{A}$  olması için gerekli ve yeterli koşul  $A$  kümesi içinde  $x$  ögesine yakınsayan bir  $(x_n)$ ,  $(n \in \mathbb{N})$  dizisinin olmasıdır.
- (e)  $x \in \bar{A}$  olması için gerekli ve yeterli koşul  $\mathcal{P}(A)$  içinde  $x$  ögesine yakınsayan bir  $\mathcal{F}$  süzgecinin olmasıdır.
7. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) \*  $X$  kümesinin farklı iki noktası verildiğinde, bu noktalardan en az birisinin, diğerini içeren bir komşuluğu varsa,  $(X, \mathcal{F})$  uzayı bir  $T_0$ -uzayıdır.
- (b)  $X$  kümesinin farklı iki noktası verildiğinde, bu noktaların herbirisinin, diğerini içermeyen bir komşuluğu varsa,  $(X, \mathcal{F})$  topolojik uzayı  $T_1$ -uzayıdır.
- (c)  $X$  kümesinin farklı iki noktası verildiğinde, bu noktaların birbirlerinden ayrık birer komşuluğu varsa,  $(X, \mathcal{F})$  topolojik uzayı  $T_2$ -uzayıdır.
- (d)  $T_1$  belitini sağlayan düzenli uzay  $T_3$  uzayıdır.
- (e)  $T_1$  belitini sağlayan normal uzay  $T_4$  uzayıdır.
8. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Bir uzayın  $T_1$ -uzayı olması için gerekli ve yeterli koşul her noktasının kapalı bir küme olmasıdır.

- (b) Bir  $(X, \mathcal{T})$  uzayının  $T_1$ -uzayı olması için gerekli ve yeterli koşul  $\mathcal{T}$  topolojisinin sonlu tümleyenler topolojisinden daha ince dokulu olmasıdır.
- (c) Bir küme üzerinde en kaba  $T_1$ -topolojisi sonlu tümleyenler topolojisidir.
- (d) Her sonlu  $T_1$ -uzayı ayrıktır.
- (e) \* Hiçbiri.

9. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a) Bir  $T_1$  uzayının her alt-uzayı da bir  $T_1$  uzayıdır.
- (b) \* Sonlu tümleyenler topolojisi bir Hausdorff topolojisidir.
- (c) Bir  $T_1$ -uzayının sonlu bir alt-kümesinin hiç bir yığılma noktası yoktur.
- (d) Bir  $T_1$  uzayının her alt-uzayı da bir  $T_1$  uzayıdır.
- (e) Düzenli uzayın her alt-uzayı da düzenlidir.

10. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a) Bir Hausdorff uzayında bir dizinin en çok bir limitinin olabilir.
- (b) Bir Hausdorff uzayında bir  $A$  kümesinin bir yığılma noktasının her komşuluğu  $A$  ya ait sonsuz noktayı içerir.
- (c) Her Hausdorff uzayının bir  $T_1$ -uzayıdır.
- (d) \* Her  $T_1$  uzayı bir Hausdorff uzayıdır.
- (e) Hausdorff uzayında bir süzgecin birden çok limit noktası yoktur.

11. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- (a) Bir topolojik uzayda sayılabilir sayıda açık kümelerin bileşimi olan kümelere  $G_\delta$  -kümesi denilir.
- (b) Bir topolojik uzayda sayılabilir sayıda kapalı kümelerin arakesiti olan kümelere  $G_\delta$  -kümesi denilir.
- (c) \* Bir topolojik uzayda sayılabilir sayıda kapalı kümelerin bileşimi olan kümelere  $F_\sigma$  -kümesi denilir.
- (d) Bir topolojik uzayda sayılabilir sayıda kapalı kümelerin arakesiti olan kümelere  $F_\sigma$  -kümesi denilir.
- (e) Bir topolojik uzayda sayılabilir sayıda açık kümelerin arakesiti olan kümelere  $F_\sigma$  -kümesi denilir.

12. Bir  $(X, \mathcal{T})$  Hausdorff uzayının normal olması için gerekli ve yeterli koşul aşağıdakilerden hangisidir?

- (a) Kapalı bir  $A$  kümesinin her  $U$  komşuluğu  $V \subset U$  olacak şekilde  $A$  nın açık bir  $V$  komşuluğunu kapsamamasıdır.

- (b) Kapalı bir  $A$  kümesinin her komşuluğu  $A$  nın kapalı bir komşuluğunu kapsamaktadır.
- (c) Kapalı bir  $A \subset X$  alt kümesi ile bir  $x \notin A$  noktası verildiğinde  $f : X \rightarrow [0, 1]$ ,  $f(A) = 1, f(x) = 0$  özelliklerini sağlayan sürekli bir  $f$  fonksiyonunun varlığıdır.
- (d) \*  $A$  ile  $B$  kümeleri  $(X, \mathcal{T})$  uzayının birbirlerinden ayrık iki kapalı alt kümesi ise,  $0 \leq f(x) \leq 1$ ,  $f(A) = \{0\}$  ve  $f(B) = \{1\}$  özelliklerini sağlayan sürekli bir  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonunun varlığıdır.
- (e) Hiçbiri.
13. Bir  $(X, \mathcal{T})$  uzayı için aşağıdakilerden hangisi ötekilere eşdeğerdir?
- (a) Uzay tıkkızımsıdır.
- (b)  $X$  üzerindeki her süzgecin enaz bir kaplama noktası vardır.
- (c) Kapalı kümelerden oluşan ve sonlu arakesit özelliğine sahip olan bir ailenin arakesiti boş değildir.
- (d) Kapalı kümelerden oluşan ve arakesiti boş olan bir ailenin, arakesiti boş olan sonlu bir alt ailesi vardır.
- (e) Hepsi.
14. Bir  $(X, \mathcal{T})$  Hausdorff uzayı için aşağıdakilerden hangisi ötekilere eşdeğer değildir?
- (a)  $X$  kümesinin sayılabilir her açık örtüsünün sonlu bir alt-örtüsü vardır.
- (b)  $X$  kümesinin her sonsuz alt-kümesinin enaz bir yığılma noktası vardır.
- (c)  $A_1 \supset A_2 \supset A_3 \supset \dots \supset A_n \supset A_{n+1} \supset \dots$  boş olmayan kapalı kümelerden oluşan iç-içe azalan bir kümeler dizisi ise arakesitleri boş değildir.
- (d) Bir  $A \subset X$  alt-kümesinin tıkkız olması için gerekli ve yeterli koşul kapalı olmasıdır.
- (e) Hiçbiri.
15. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Gerçek sayılar kümesinde salt topolojiye göre her  $[a, b]$  aralığı tıkkızdır.
- (b) Bir  $(X, \mathcal{T})$  Hausdorff uzayında her sonlu küme tıkkızdır.
- (c) \* Gerçek sayılar kümesinde salt topolojiye göre her  $(a, b)$  aralığı tıkkızdır.
- (d) Tıkkız bir uzayın tıkkız her alt kümesi kapalıdır.
- (e) Tıkkız bir uzayın kapalı her alt kümesi tıkkızdır.
16. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Her tıkkız uzay yerel tıkkızdır.
- (b) \* Yerel tıkkız her uzay tıkkızdır.

- (c) Her küme, üzerindeki sonlu tümleyenler (cofinite) topolojisine göre tıktır.
- (d) Tıkız kümelerin sürekli bir fonksiyon altındaki görüntüleri de tıktır.
- (e) Sonsuz bir küme üzerindeki ayrık topolojiye göre tıkız olamaz.
17. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Her tıkız uzay yerel tıktır.
- (b) \* Yerel tıkız her uzay tıktır.
- (c) Her küme, üzerindeki sonlu tümleyenler (cofinite) topolojisine göre tıktır.
- (d) Tıkız kümelerin sürekli bir fonksiyon altındaki görüntüleri de tıktır.
- (e) Sonsuz bir küme üzerindeki ayrık topolojiye göre tıkız olamaz.
18. Bir  $(X, \mathcal{T})$  Hausdorff uzayı için aşağıdakilerden hangisi ötekilere eşdeğer değildir?
- (a) Uzay tıktır.
- (b) Uzayın her alt uzayı tıktır.
- (c) Kapalı alt kümelerden oluşan ve sonlu arakesit özeliğine sahip olan bir ailenin arakesiti boş olmaz.
- (d) Kapalı alt kümelerden oluşan ve arakesiti boş olan her ailenin, arakesiti boş olan sonlu bir alt ailesi vardır.
- (e) \* Hiçbiri.
19. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $(X, \mathcal{T})$  tıkız ve  $\mathcal{T} \leq \mathcal{S}$  ise  $(X, \mathcal{S})$  uzayı da tıktır.
- (b) \*  $(X, \mathcal{T})$  tıkız ve  $\mathcal{T} \geq \mathcal{S}$  ise  $(X, \mathcal{S})$  uzayı da tıktır.
- (c) Tıkız bir uzayın sonsuz sayıda tıkız alt kümelerinin bileşimi de tıktır.
- (d) Salt topolojiye göre gerçel sayıların sınırlı alt kümeleri tıktır.
- (e) Salt topolojiye göre gerçel sayıların kapalı olmayan tıkız alt kümeleri vardır.
20. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) \* Sonsuz bir küme üzerindeki sonlu tümleyenler (cofinite) topolojisine göre tıkız olmaz.
- (b) Ayrık uzay yerel tıktır.
- (c) Ayrık olmayan uzay yerel tıktır.
- (d) Salt topolojiye göre  $\mathbb{R}^2$  yerel tıktır.
- (e)  $A \subset \mathbb{R}$  ve  $A$  tıkız ise  $A^\sim$  tıktır.

21.  $\mathbb{K}$ , cismi üzerindeki  $X$  bir vektör uzayında tanımlı  $p : X \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonunun bir norm olması için aşağıdakilerden hangi koşul gereksizdir?

Her  $x, y \in X$  ve her  $\alpha \in \mathbb{K}$  için

- (a)  $p(x + y) \leq p(x) + p(y)$   
 (b)  $p(\alpha x) = |\alpha| p(x)$   
 (c)  $x \neq 0 \Rightarrow p(x) \neq 0$   
 (d) \*  $p(0) = 0$   
 (e) Hepsi gereklidir.
22. Eğer  $p$  fonksiyonu  $X$  vektör uzayı üzerinde bir yarı-norm ise aşağıdakilerden hangisi sağlanmayabilir?
- (a)  $p(0) = 0$   
 (b) \*  $|p(x) + p(y)| \leq p(x + y)$   
 (c)  $p(x) \geq 0$   
 (d)  $\{x : p(x) = 0\}$  kümesi  $X$  uzayının bir alt vektör uzayıdır  
 (e)  $B = \{x : p(x) < 1\}$  kümesi dışbükeydir.
23. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) \* Her normlu uzay bir topolojik uzaydır.  
 (b) Her topolojik uzay üzerine bir yarı-norm konulabilir.  
 (c) Her topolojik uzay üzerine bir norm konulabilir.  
 (d) Her topolojik uzay üzerine bir yarı-metrik konulabilir.  
 (e) Her topolojik uzay üzerine bir metrik konulabilir.
24. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $\mathbb{R}$  üzerinde  $x \rightarrow |x|$  dönüşümü bir metriktir.  
 (b)  $\mathbb{R}$  üzerinde  $(x, y) \rightarrow \sqrt{|x|^2 + |y|^2}$  dönüşümü bir metriktir.  
 (c)  $\mathbb{C}$  üzerinde  $z \rightarrow |z|$  dönüşümü bir metriktir.  
 (d) Her metrik bir normdur.  
 (e) \* Hiçbiri.
25. Aşağıdakilerden hangisi  $\mathbb{R}^n$  üzerinde bir norm değildir? Her  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  için
- (a)  $x \rightarrow \|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$   
 (b)  $x \rightarrow \|x\|_{max} = \max \{|x_i| : (1 \leq i \leq n)\}$   
 (c) \*  $x \rightarrow \|x\|_{min} = \min \{|x_i| : (1 \leq i \leq n)\}$   
 (d)  $x \rightarrow \|x\|_2 = (\sum_{i=1}^n |x_i|^2)^{\frac{1}{2}}$

- (e) Hepsi.
26. Aşağıdakilerden hangisi bir normdur? Her  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \in \ell_1$  için
- (a)  $\ell_1$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{sup}} = \sup \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
- (b) \*  $\ell_1$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \|x_n\|$
- (c)  $\ell_1$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{inf}} = \inf \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
- (d)  $\ell_1$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{min}} = \min \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
- (e) Hepsi
27.  $\rho : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonunun bir metrik olması için aşağıdakilerden hangisi sağlanmaz? Her  $x, y, z \in X$  için
- (a)  $\rho(x, y) > 0$
- (b)  $\rho(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$  (üçgen eşitsizliği)
- (c)  $\rho(x, y) = \rho(y, x)$  (simetrik)
- (d)  $x = y \Rightarrow \rho(x, y) = 0$
- (e)  $x \neq y \Rightarrow \rho(x, y) \neq 0$
28.  $X$  herhangi bir küme ise, aşağıdakilerden hangisi bir metrik değildir?
- (a) \*  $\delta : X \times X$  den  $\mathbb{R}$ ,  $x = y$  ise  $\delta(x, y) = 1$  ve  $x \neq y$  ise  $\delta(x, y) = 0$
- (b)  $X$  üzerinde sonlu sayıda metriğin toplamı da metriktir.
- (c)  $X$  üzerinde sonlu sayıda metriğin maksimumu da metriktir.
- (d)  $(X, \rho)$  metrik uzay ise  $\delta(x, y) = \rho(x, y)/(1 + \rho(x, y))$  olmak üzere  $(X, \delta)$  da bir metrik uzaydır.
- (e) Hepsi metriktir.
29. Aşağıdakilerden hangisi bir normdur? Her  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \in \ell_{\infty}$  için
- (a) \*  $\ell_{\infty}$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{sup}} = \sup \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
- (b)  $\ell_{\infty}$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{max}} = \max \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
- (c)  $\ell_{\infty}$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{inf}} = \inf \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
- (d)  $\ell_{\infty}$  üzerinde  $x \rightarrow \|x\|_{\text{min}} = \min \{|x_n| : n \in \mathbb{N}\}$
- (e) Hepsi
30.  $(X, \rho)$  metrik uzay ve  $A \subset X$  veriliyor.  $A$  kümesinin çapı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $A$  kümesi dairesel değilse çapı tanımlanamaz.
- (b)  $\rho(A) = \sup\{\rho(x, y) : x, y \in A\}$

- (c) \*  $\rho(A) = \inf\{\rho(x, y) : x, y \in A\}$   
 (d)  $\rho(A) = \max\{\rho(x, y) : x, y \in A\}$   
 (e)  $\rho(A) = \min\{\rho(x, y) : x, y \in A\}$ .
31.  $(X, \rho)$  metrik uzay ve  $A, B \subset X$  veriliyor.  $A$  ile  $B$  kümeleri arasındaki  $d(A, B)$  uzaklığı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a)  $d(A, B) = \min\{\rho(x, y) : x \in A, y \in B\}$   
 (b)  $d(A, B) = \max\{\rho(x, y) : x \in A, y \in B\}$   
 (c)  $d(A, B) = \sup\{\rho(x, y) : x \in A, y \in B\}$   
 (d) \*  $d(A, B) = \inf\{\rho(x, y) : x \in A, y \in B\}$   
 (e)  $d(A, B) = \rho(A) - \rho(B)$
32.  $f : X \rightarrow Y$  fonksiyonunun sürekli olması için  $x_n \rightarrow x \Rightarrow f(x_n) \rightarrow f(x)$  koşulunun yeterli olmadığı uzaylar hangileridir?
- (a) Birinci Sayılabilme Belitini (axiom) sağlayan uzaylar.  
 (b) Metrik uzaylar.  
 (c) Normlu uzaylar  
 (d) \* İkinci Sayılabilme Belitini (axiom) sağlayan uzaylar.  
 (e) Hiçbiri.
33. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
- (a) Her yarı-normlu uzay bir topolojik uzaydır.  
 (b) Her normlu uzay bir topolojik uzaydır.  
 (c) \* Her yarı-metrik uzay bir topolojik uzaydır.  
 (d) Her metrik uzay bir topolojik uzaydır.  
 (e) Hepsi.
34.  $(X, \rho)$  ile  $(X, \sigma)$  metrik uzaylar ise  $f : (X, \rho) \rightarrow (Y, \sigma)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangi koşulu sağlarsa düzgün süreklidir?
- (a)  $(\forall \epsilon > 0)(\exists \delta = \delta(x)[\rho(x, y) < \delta \Rightarrow \sigma(f(x), f(y)) < \epsilon]$   
 (b)  $(\forall \epsilon > 0)(\exists \delta = \delta(x, \epsilon)[|x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \epsilon]$   
 (c)  $(\forall \epsilon > 0)(\exists \delta = \delta(x, \epsilon)[\rho(x, y) < \delta \Rightarrow \sigma(f(x), f(y)) < \epsilon]$   
 (d) \*  $(\forall \epsilon > 0)(\exists \delta = \delta(\epsilon)[\rho(x, y) < \delta \Rightarrow \sigma(f(x), f(y)) < \epsilon]$   
 (e)  $(\forall \epsilon > 0)(\exists \delta = \delta(\epsilon)[\rho(x - y) < \delta \Rightarrow \sigma(f(x) - f(y)) < \epsilon]$
35. Hangi uzaylarda Cauchy dizileri var olabilir?
- (a) Herhangi bir topolojik uzay.  
 (b) Birinci Sayılabilme Belitini sağlayan topolojik uzay.



- (c) İkinci Sayılabilme Belitini sağlayan topolojik uzay.  
 (d) \* Metrik uzay.  
 (e) Hepsi.
36. Hangi uzaylarda *sınırlı küme* var olabilir?
- (a) Herhangi bir topolojik uzay.  
 (b) Birinci Sayılabilme Belitini sağlayan topolojik uzay.  
 (c) İkinci Sayılabilme Belitini sağlayan topolojik uzay.  
 (d) \* Metrik uzay.  
 (e) Hepsi.
37.  $(X, \rho)$  ile  $(X, \mu)$  metrik uzaylar ise,  $\rho$  ile  $\mu$  metriklerinin denk iki metrik olması ne demektir?
- (a) Her  $x, y \in X$  için  $\rho(x, y) = \mu(x, y)$  olmasıdır.  
 (b) \* Tanımladıkları topolojilerin eşit olmasıdır.  
 (c) Her ikisinin kapalı birim yuvarlarının eşit olmasıdır.  
 (d) Her ikisinin açık birim yuvarlarının eşit olmasıdır.  
 (e) Hepsi.
38.  $F : (X, \rho) \rightarrow (X, \mu)$  metrik uzaylarının eşmetrel (isometric) olması ne demektir?
- (a) \* Her  $x, y \in X$  için  $\rho(x, y) = \mu(f(x), f(y))$  olmasıdır.  
 (b) Tanımladıkları topolojilerin eşit olmasıdır.  
 (c) Her ikisinin kapalı birim yuvarlarının eşit olmasıdır.  
 (d) Her ikisinin açık birim yuvarlarının eşit olmasıdır.  
 (e) Hepsi.
39. *Cauchy dizisi* ne demektir?
- (a) Topolojik uzayda yakınsak bir dizidir.  
 (b) Metrik uzayda yakınsak bir dizidir.  
 (c) Normlu uzayda yakınsak bir dizidir.  
 (d) \* Metrik uzayda, indisleri yeterince büyük alındığında terimleri birbirlerine istenildiği kadar yakınlaşan dizidir.  
 (e) Hepsi.
40. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) Bir metrik uzayda her *Cauchy* dizisi yakınsaktır.  
 (b) \* Bir metrik uzayda yakınsak her dizi bir *Cauchy* dizisidir.

- (c) Bir metrik uzayda sınırlı her dizi yakınsaktır.
- (d) Üst uzayda yakınsak her dizi alt uzayda da yakınsaktır.
- (e) Hepsi.
41. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) \* Bir metrik uzayda her *Cauchy* dizisi uzayın bir noktasına yakınsıyorsa uzay tamdır.
- (b) Bir topolojik uzayda her *Cauchy* dizisi uzayın bir noktasına yakınsıyorsa uzay tamdır.
- (c) Bir metrik uzayda her *Cauchy* dizisi yakınsıyorsa uzay tamdır.
- (d) Bir topolojik uzayda her *Cauchy* dizisi yakınsıyorsa uzay tamdır.
- (e) Normlu bir uzayda her *Cauchy* dizisi yakınsıyorsa uzay tamdır.
42. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?
- (a) Tam bir uzayın her alt uzayı da tamdır.
- (b) \* Her metrik uzay tamlanabilir.
- (c) Her topolojik uzay tamlanabilir.
- (d) Salt topolojiye göre  $\mathbb{Q}$  rasyonel sayılar kümesi tamdır.
- (e) Salt topolojiye göre  $\mathbb{Q}'$  irrasyonel sayılar kümesi tamdır.
43.  $(X, \mathcal{T})$  topolojik uzayında  $A, B \subset X$  alt kümelerinin bağlantılı olması ne demektir?
- (a) \*  $\bar{A} \cap B \neq \emptyset \quad \vee \quad A \cap \bar{B} \neq \emptyset$
- (b)  $\bar{A} \cap B \neq \emptyset \quad \wedge \quad A \cap \bar{B} \neq \emptyset$
- (c)  $\bar{A} \cap B = \emptyset \quad \wedge \quad A \cap \bar{B} = \emptyset$
- (d)  $\bar{A} \cap B = \emptyset \quad \vee \quad A \cap \bar{B} = \emptyset$
- (e)  $\bar{A} \cap B \neq \emptyset \quad \wedge \quad A \cup B = X$
44.  $(X, \mathcal{T})$  topolojik uzayında  $A, B \subset X$  alt kümelerinin bağlantısız olması ne demektir?
- (a)  $\bar{A} \cap B \neq \emptyset \quad \vee \quad A \cap \bar{B} \neq \emptyset$
- (b)  $\bar{A} \cap B \neq \emptyset \quad \wedge \quad A \cap \bar{B} \neq \emptyset$
- (c) \*  $\bar{A} \cap B = \emptyset \quad \wedge \quad A \cap \bar{B} = \emptyset$
- (d)  $\bar{A} \cap B = \emptyset \quad \vee \quad A \cap \bar{B} = \emptyset$
- (e)  $\bar{A} \cap B \neq \emptyset \quad \wedge \quad A \cup B = X$
45.  $(X, \mathcal{T})$  topolojik uzayında aşağıdakilerden hangisi ötekilere denk değildir?
- (a)  $X$  uzayı bağlantısızdır.

- (b)  $X$  uzayı, bağlantısız ve boş olmayan iki alt-kümesinin bileşimine eşittir.
- (c)  $X$  uzayı, boş olmayan ve kesişmeyen iki açık alt-kümesinin bileşimine eşittir.
- (d)  $X$  uzayı, boş olmayan ve kesişmeyen iki kapalı alt-kümesinin bileşimine eşittir.
- (e) \*  $X$  uzayının boş olmayan, hem açık hem kapalı has bir alt-kümesi yoktur.

46. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a)  $\mathbb{Q}$  rasyonel sayılar kümesi, salt topolojiye göre, bağlantısız bir uzaydır.
- (b)  $\mathbb{Q}'$  irrasyonel sayılar kümesi, salt topolojiye göre, bağlantısız bir uzaydır.
- (c)  $\mathbb{N}$  doğal sayılar kümesi, sonlu tümleyenler topolojisine göre, bağlantılı bir uzaydır.
- (d) Bağlantılı bir uzayın sürekli bir fonksiyon altındaki resmi de bağlantılıdır.
- (e) \* Hiçbiri.

47. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a) Bağlantılı bir uzayın her bölüm uzayı da bağlantılı bir uzaydır.
- (b) Bir çarpım uzayın bağlantılı olması için gerekli ve yeterli koşul çarpan uzayların her birisinin bağlantılı olmasıdır.
- (c)  $\mathbb{R}$  gerçel sayılar kümesi, salt topolojiye göre, bağlantılıdır.
- (d) \*  $\mathbb{R}$  gerçel sayılar kümesinin sınırlı her alt kümesi, salt topolojiye göre, bağlantılıdır.
- (e) Hiçbiri.

48. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- (a)  $\mathbb{R}$  gerçel sayılar kümesinde her aralık bağlantılıdır.
- (b)  $\mathbb{R}$  gerçel sayılar kümesinde bağlantılı her alt küme bir aralıktır.
- (c)  $\mathbb{R}^3$  uzayında simit yüzeyi (torus), salt topolojiye göre, bağlantılıdır.
- (d)  $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$  sürekli bir fonksiyon ise,  $f$  fonksiyonunun bir sabit noktası vardır.
- (e) \* Hepsi.

49. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a) \*  $A$  ile  $B$  bağlantılı iki küme ise  $A \cup B$  bileşimi de bağlantılıdır.
- (b) Bağlantılı bir uzayın her alt uzayı da bağlantılı olmak zorunda değildir.

- (c) Bir topolojik uzayın her ögesinin bir ve yalnızca bir tane bileşeni vardır.
- (d) Bir topolojik uzayın bileşenleri o uzayın bir ayrışımını oluşturur.
- (e) Bir uzayın bağlantılı her alt kümesi o uzayın bir bileşeni tarafından kapsanır.

50. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a) \* Yerel bağlantılı bir uzayın sürekli bir fonksiyon altındaki görüntüsü de yerel bağlantılıdır.
- (b) Bir topolojik uzayın bileşenleri kapalıdır.
- (c) Bir topolojik uzayın hem açık hem kapalı olan bağlantılı alt kümesi, bu uzayın bir bileşenidir.
- (d) Bir uzayın bağlantılı olması için gerekli ve yeterli koşul bir tek bileşenin olmasıdır.
- (e) Bağlantılı bir uzay yerel bağlantılı olmayabilir.

51. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- (a) Her ayrık uzay yerel bağlantılıdır.
- (b) Rasyonel sayılar kümesi, salt topolojiye göre, yerel bağlantılı değildir.
- (c) Yol ile bağlantılı her uzay bağlantılıdır.
- (d) \* Bağlantılı her uzay yol ile bağlantılıdır.
- (e) Yol ile bağlantılı uzayın bir alt uzayı yol ile bağlantılı olmayabilir.

52. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- (a) Bağlantılı uzayların kalıtım özeliği vardır.
- (b) Yerel bağlantılı uzayların kalıtım özeliği vardır.
- (c) Yol ile bağlantılı uzayların kalıtım özeliği vardır.
- (d) \* Tamamen bağlantısız uzayların kalıtım özeliği vardır.
- (e) Hepsi.